

PODSTAWA PROGRAMOWA PRZEDMIOTU MATEMATYKA

IV etap edukacyjny: liceum

Cele kształcenia – wymagania ogólne

ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	
Uczeń interpretuje tekst matematyczny. Po rozwiązaniu zadania interpretuje otrzymany wynik.	Uczeń używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych.	Uczeń rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne oraz operuje obiektami matematycznymi.
III. Modelowanie matematyczne.	
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.	Uczeń buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia.
IV. Użycie i tworzenie strategii.	
Uczeń stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania.	Uczeń tworzy strategię rozwiązania problemu.
V. Rozumowanie i argumentacja.	
Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków	Uczeń tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
1. Liczby rzeczywiste. Uczeń:	
1) przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamka zwykłego, ułamka dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg); 2) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych); 3) posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach; 4) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych; 5) wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką); 6) wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym; 7) oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia; 8) posługuje się pojęciem przedziału liczbowe-	spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: $x - a = b$, $x - a < b$, $x - a \geq b$. 2) stosuje w obliczeniach wzór na logarytm potęgi oraz wzór na zamianę podstawy logarytmu.

<p>go, zaznacza przedziały na osi liczbowej; 9) wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).</p>	
<p>2. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:</p>	
<p>1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^3$ oraz $a^3 \pm b^3$; 2) dzieli wielomiany przez dwumian $ax + b$; 3) rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia lub wyłączając wspólny czynnik przed nawias; 4) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany; 5) wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się łatwo sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych; 6) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; rozszerza i (w łatwych przykładach) skracza wyrażenia wymierne.</p>
<p>3. Równania i nierówności. Uczeń:</p>	
<p>1) sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności; 2) wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; 3) rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą; 4) rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą; 5) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; 6) korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu $x^3 = -8$; 7) korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x + 1)(x - 7) = 0$; 8) rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np.</p> $\frac{x+1}{x+3} = 2, \quad \frac{x+1}{x} = 2x$	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) stosuje wzory Viète'a; 2) rozwiązuje równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem; 3) rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych; 4) stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$; 5) stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych; 6) rozwiązuje równania wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych; 7) rozwiązuje łatwe nierówności wielomianowe; 8) rozwiązuje proste nierówności wymierne typu: $\frac{x+1}{x+3} > 2, \quad \frac{x+3}{x^2-16} < \frac{2x}{x^2-4x},$ $\frac{3x-2}{4x-7} \leq \frac{1-3x}{5-4x}$ 9) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o poziomie trudności nie wyższym, niż: $\ x + 1 - 2 = 3, \quad x + 3 + x - 5 > 12.$ </p>
<p>4. Funkcje. Uczeń:</p>	
<p>1) określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego; 2) oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x)$, $y = c \cdot f(x)$,</p>

<p>rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;</p> <p>3) odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą);</p> <p>4) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;</p> <p>5) rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;</p> <p>6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie;</p> <p>7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;</p> <p>8) szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;</p> <p>9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;</p> <p>10) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje);</p> <p>11) wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;</p> <p>12) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym);</p> <p>13) szkicuje wykres funkcji $f(x) = a/x$ dla danego a, korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;</p> <p>14) szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;</p> <p>15) posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.</p>	<p>$y = f(cx)$;</p> <p>2) szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;</p> <p>3) posługuje się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;</p> <p>4) szkicuje wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami; odczytuje własności takiej funkcji z wykresu.</p>
<p>5. Ciągi. Uczeń:</p>	
<p>1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;</p> <p>2) bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;</p> <p>3) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;</p> <p>4) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym;</p> <p>2) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $1/n$, $1/n^2$ oraz z twierdzeń o działaniach na granicach ciągów;</p> <p>3) rozpoznaje szeregi geometryczne zbieżne i oblicza ich sumy.</p>
<p>6. Trygonometria. Uczeń:</p>	
<p>1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu pod-</p>

<p>funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180°;</p> <p>2) korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);</p> <p>3) oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną);</p> <p>4) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha$ α α \cos $\sin =$ oraz $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha$;</p> <p>5) znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego. kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego);</p>	<p>stawowego, a ponadto:</p> <p>1) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;</p> <p>2) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego</p> <p>3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;</p> <p>4) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych (np. gdy rozwiązuje nierówności typu $\sin x > a$, $\cos x \leq a$, $\operatorname{tg} x > a$);</p> <p>5) stosuje wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów, sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów;</p> <p>6) rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne typu $\sin 2x = \frac{1}{2}$, $\sin 2x + \cos x = 1$, $\sin x + \cos x = 1$, $\cos 2x < \frac{1}{2}$.</p>
<p>7. Planimetria. Uczeń:</p>	
<p>1) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym;</p> <p>2) korzysta z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych;</p> <p>3) rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów;</p> <p>4) korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) stosuje twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu;</p> <p>2) stosuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych;</p> <p>3) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych w jednokładności (odcinka, trójkąta, czworokąta itp.);</p> <p>4) rozpoznaje figury podobne i jednokładne; wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) ich własności;</p> <p>5) znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów.</p>
<p>8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń:</p>	
<p>1) wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);</p> <p>2) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;</p> <p>3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt;</p> <p>4) oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;</p> <p>5) wyznacza współrzędne środka odcinka;</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) interpretuje graficznie nierówność liniową z dwiema niewiadomymi oraz układy takich nierówności;</p> <p>2) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań ogólnych;</p> <p>3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci ogólnej i przechodzi przez dany punkt;</p> <p>4) oblicza odległość punktu od prostej;</p>

<p>6) oblicza odległość dwóch punktów; 7) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.</p>	<p>5) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ oraz opisuje koła za pomocą nierówności; 6) wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu; 7) oblicza współrzędne oraz długość wektora; dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę. Interpretuje geometrycznie działania na wektorach; 8) stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji.</p>
<p>9. Stereometria. Uczeń:</p>	
<p>1) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów; 2) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów; 3) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów; 4) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami; 5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną; 6) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną; 2) określa, jaką figurą jest dany przekrój graniastosłupa lub ostrosłupa płaszczyzną.</p>
<p>10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka. Uczeń:</p>	
<p>1) oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych; 2) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania; 3) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych; 2) oblicza prawdopodobieństwo warunkowe; 3) korzysta z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym.</p>
<p>11. Rachunek różniczkowy. Uczeń:</p>	
	<p>1) oblicza granice funkcji (i granice jednostronne), korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach i z własności funkcji ciągłych; 2) oblicza pochodne funkcji wymiernych; 3) korzysta z geometrycznej i fizycznej interpretacji pochodnej; 4) korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji; 5) znajduje ekstrema funkcji wielomianowych i wymiernych; 6) stosuje pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych.</p>

